Отчет

Даниил Игнатьев

Выполнил:  
Игнатьев Даниил  
Студент группы 3630102/80004

Решение СЛАУ методом Зейделя

Оглавление

[Формулировка задачи 3](#_Toc27607983)

[Постановка задачи. 3](#_Toc27607984)

[Алгоритм метода и условия применимости 3](#_Toc27607985)

[Предварительный анализ задачи 4](#_Toc27607986)

[Контрольный тест 4](#_Toc27607987)

[Модульная структура программы 5](#_Toc27607988)

[Анализ численного решения задач 5](#_Toc27607989)

[Вывод 8](#_Toc27607990)

# 

# Формулировка задачи

Найти корни СЛАУ вида Ax=b методом Зейделя, исследовать зависимость точность решения, погрешности и итераций, когда определитель матрицы близок к 0.

# Постановка задачи.

Дано точное решение X\* (1xN), соответствующее СЛАУ размерности (NxN) и её правая часть (1хN).   
Задача: найти решение СЛАУ АХ = B приближенным методом с точностью ||X – X\*|| < E, где Х – корни найденные методом Зейделя.

# Алгоритм метода и условия применимости

Суть итерационного метода: нахождение по приближенному значению величины следующего приближения, которое является более точным. Метод позволяет получить значения корней системы с заданной точностью в виде предела последовательности некоторых векторов. Характер сходимости и сам факт сходимости зависит от выбора начального приближения.

Условия применимости: det(A)≠0.

Для того, чтобы метод сходился необходимо, чтобы система была представима в виде x = αx + β.

Суть метода: при нахождении i-ой компоненты (k+1)-го приближения сразу используются уже найденные компоненты (k+1)-го приближения с меньшими номерами. В матричной форме получается:

= L\* + U\* + β, L – нижняя треугольная матрица, U – верхняя треугольная матрица.

Критерий окончания: || - || < \*ε.

Достаточное условие сходимости: <1 ; достаточное и необходимое условие сходимости:

| (α)| < 1.

Метод Зейделя всегда сходится для нормальных СЛАУ, т.е. для систем, в которых матрица А положительно определенная. Любую невырожденную матрицу можно преобразовать к нормальной, если слева умножить ее на матрицу ( Система \*А\*х = \*b является нормальной). Но при таком преобразовании увеличивается число обусловленностей и уменьшается точность вычислений.

Алгоритм:

1. \*А\*х = \*b. //если матрица сим.
2. Преобразовать систему к виду x = αx + β: = , = 0, = .
3. Задать начальное приближение решение ( чаще всего кладут β).
4. Вычислить по формуле:
5. Повторять пункт (4), пока || - || < ε.

# Предварительный анализ задачи

Построение матрицы:  
Возьмем единичную матрицу D размера N и домножим каждый ее диагональный член на случайное число из диапазона (0;1). Определитель такой матрицы стремится к 0.   
Затем построим на основе случайного вектора размера N ортогональную матрицу по формуле

H = .

Получим ортогональным преобразованием новую матрицу А, определитель которой будет таким же, что и у матрицы D.

det(A)≠0, <1 и | (α)| < 1.

# Тестовый пример

А = b =

1. Det(A) = 1000 – 20 + 2 – 20 + 4 – 20 != 0
2. Выразим столбец х:
3. α = , = β = ;

Рассмотрим подробное вычисление первой итерации:

0\*1.2 + -0.1\*1.3 + -0.1\*1.4 + 1.2 = 0.93

-0.2\*0.93 + 0\*1.3 + -0.1\*1.4 + 1.3 = 0.974

-0.2\*0.93 + -0.2\*0.974 + 0\*1.4 + 1.4 = 1.0192

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| k |  |  |  | |||| |
| 0 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | - |
| 1 | 0.93 | 0.974 | 1.0192 | 0.3808 |
| 2 | 1.00068 | 0.997944 | 1.0002752 | 0.07068 |
| 3 | 1.00017808 | 0.999936864 | 0.9999770112 | 0.0019928 |
| 4 | 1.0000086125 | 1.0000005764 | 0.9999981622 | 0.0001694675 |

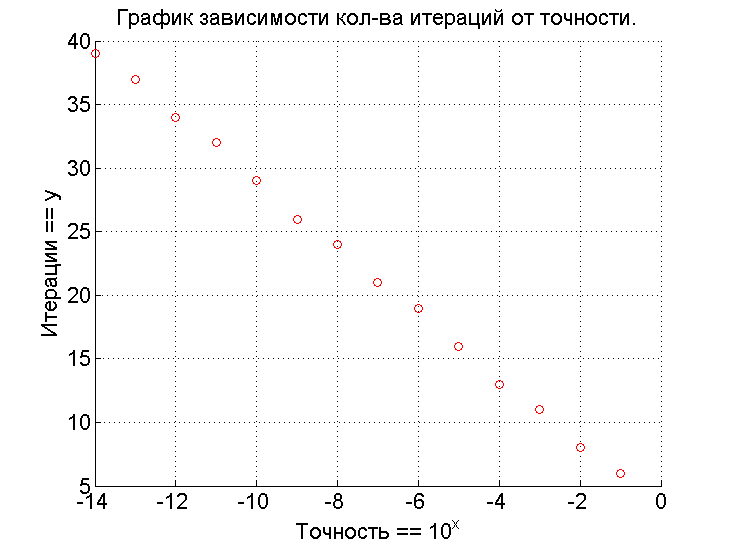
С точностью корни уравнения: х = .  
Вычисляя методом Гаусса, получим корни х = .

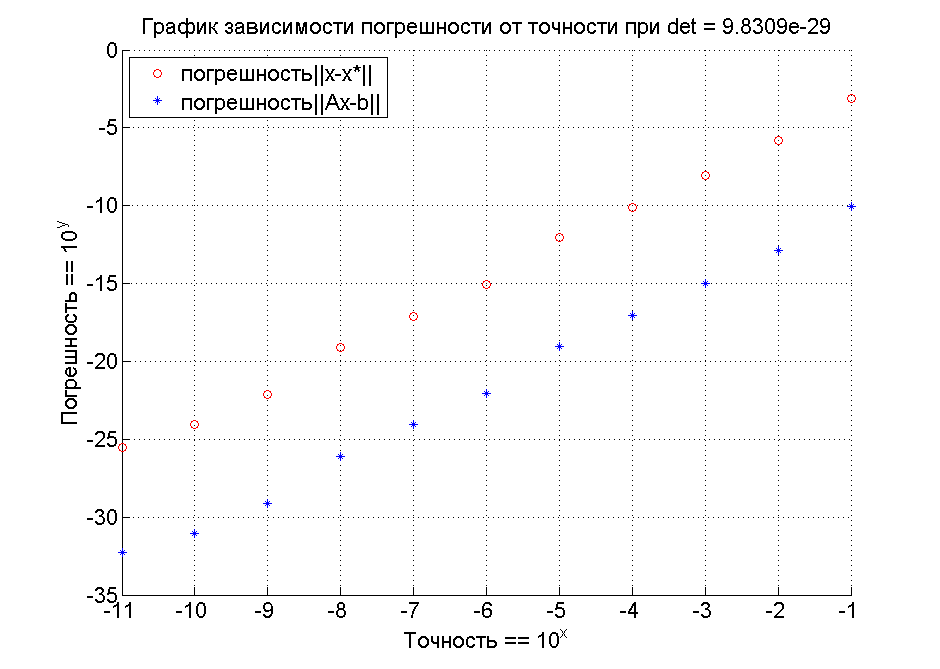
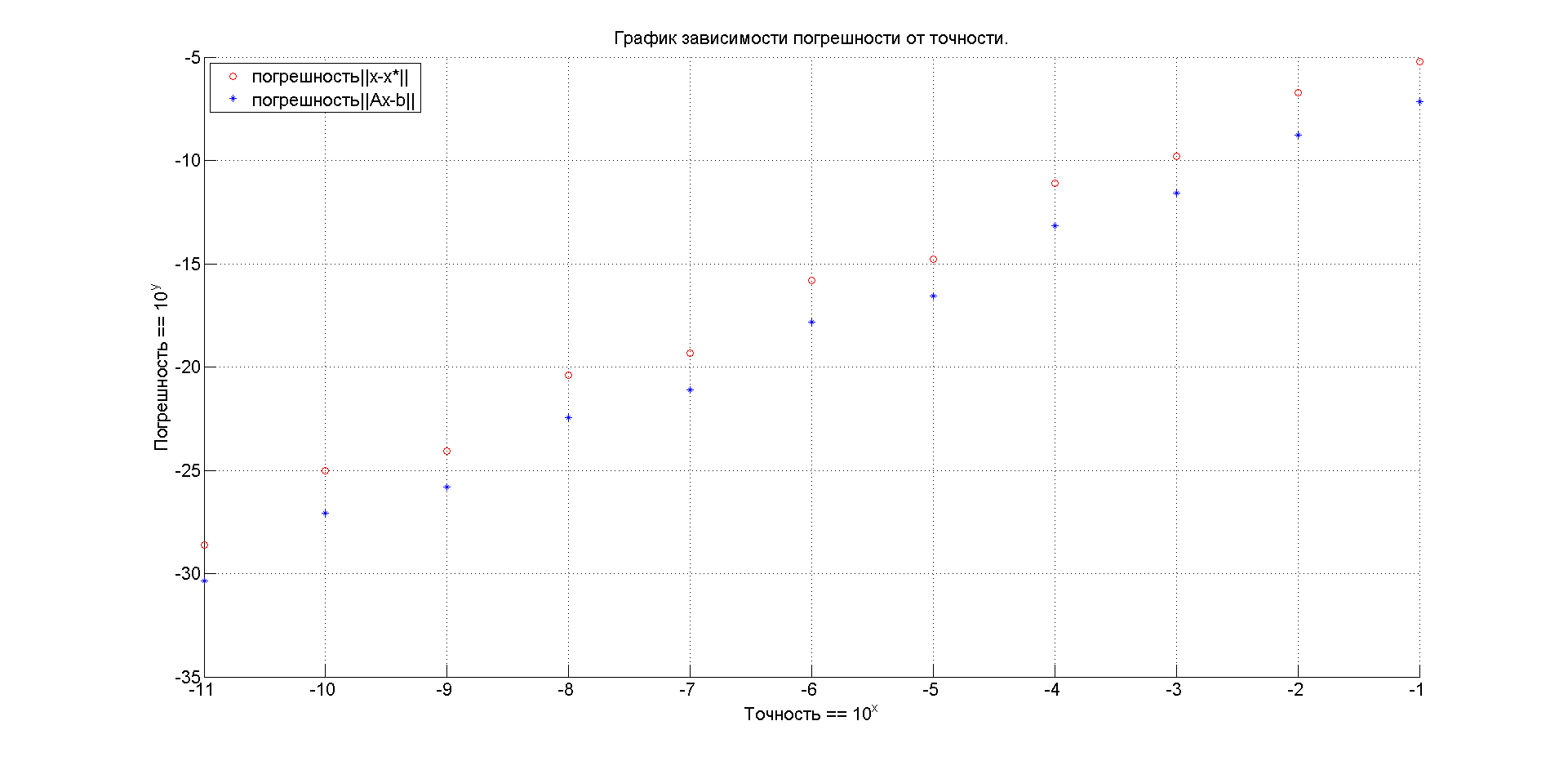
# Модульная структура программы

Программа состоит из 2 модулей:

1. int converge(double \*xk, double \*xkp, int n) – считает норму разницы между и возвращает истину при удовлетворении точности решения и ложь в противном случае.
2. int main(void)-читает из файла расширенную матрицу, начальное приближение корней и требуемый порядок точности, считает корни с помощью метода Зейделя и кол-во итераций, а затем возвращает их в файл, который после считает матлаб.  
   Параметр точности записывается в глобальную переменную.

# Анализ численного решения задач

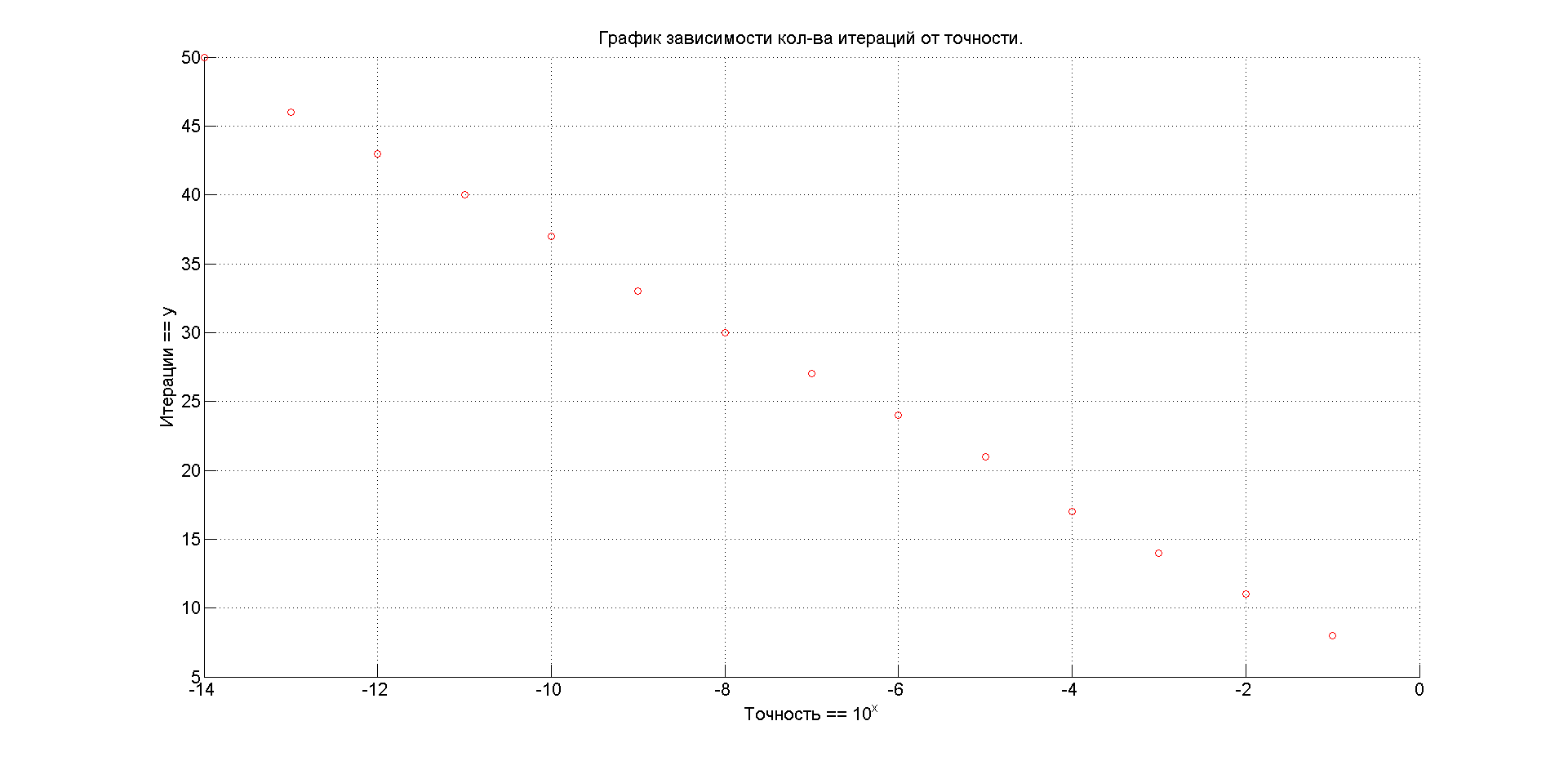
Исследовались графики зависимости невязки от точности решения с разными определителями, зависимость кол-ва итераций от точности и от приближения к корню. 



С уменьшением определителя, увеличивается погрешность как невязки, так и решения.



Начальное приближение мало влияет на кол-во итераций.



В сравнении с графиком для det(A) = const, этот график принимает меньшие значения по оси У. Следовательно, при стремлении det(A) к 0, кол-во итераций увеличивается.

# Вывод

Метод Зейделя хорошо сходится для матриц с небольшим числом обусловленностей и определителем, не близким к нулю. Чем определитель ближе к нулю, тем большее количество итераций требуется, и чем больше число обусловленностей матрицы, тем больше погрешность вычислений. Метод сходится, но на бесконечности, поэтому его применение неэффективно. Когда определитель матрицы близок к 0, метод работает так же, как и в случае с определителем, существенно отличающимся от 0. С повышением степени малости определителя повышается кол-во итераций в логарифмическом размере.